



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



Álgebra

Tema: Gráfica de funciones III

Docente: Gustavo Poma Quiroz

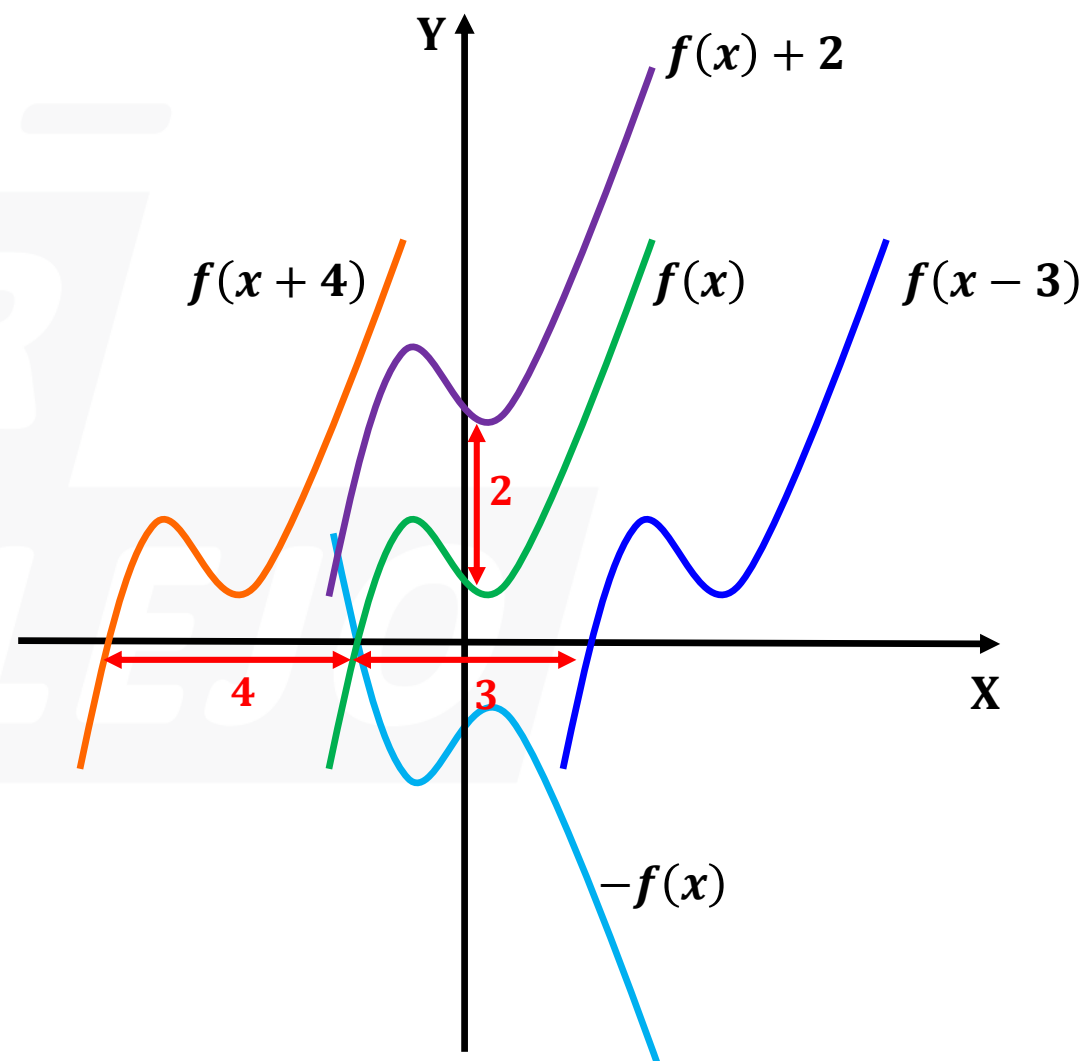
academiacesarvallejo.edu.pe

PROPIEDADES DE GRÁFICAS

Podemos generar gráficos de funciones más complejas en base a las funciones notables estudiadas aplicando operaciones a x , $f(x)$ o ambas.

Principales propiedades	
$f(x \pm h)$	$f(x) \pm k$
$f(-x)$	$-f(x)$
$ f(x) $	$f(x)$

Ejemplos



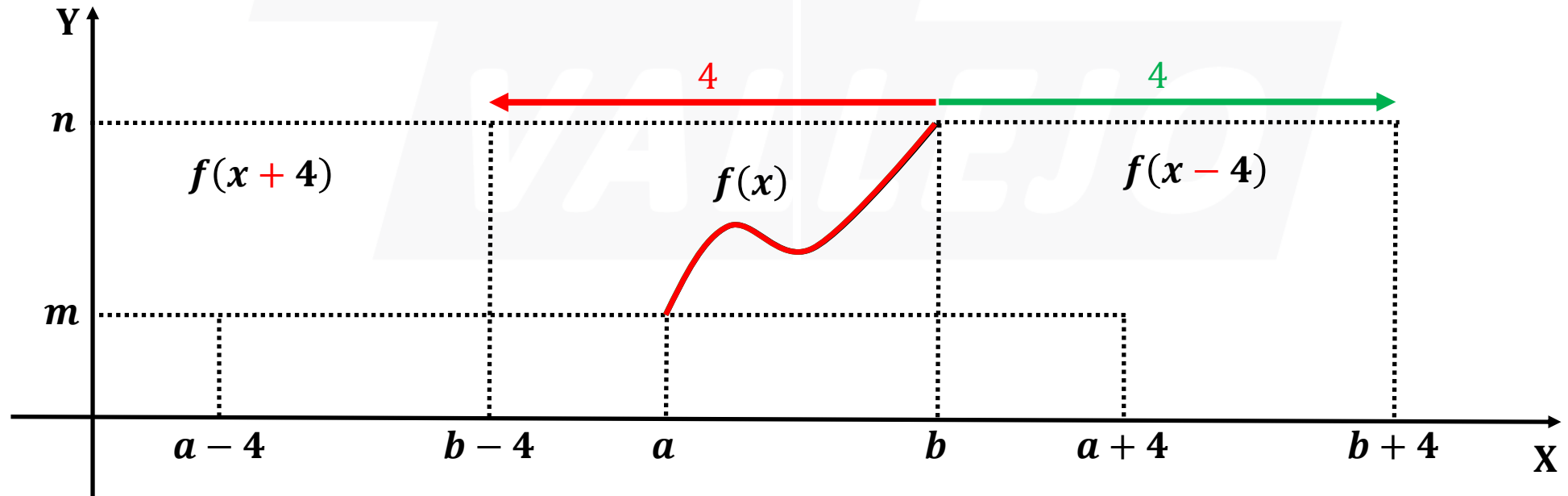
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

$$f(x \pm h)$$

- Para graficar $f(x + h)$, se desplaza la gráfica de $f(x)$, h unidades **HACIA LA IZQUIERDA**.
- Para graficar $f(x - h)$, se desplaza la gráfica de $f(x)$, h unidades **HACIA LA DERECHA**.

Ejemplo

Del gráfico de $f(x)$ consiga los gráficos de $f(x + 4)$ y $f(x - 4)$.



DESPLAZAMIENTO VERTICAL

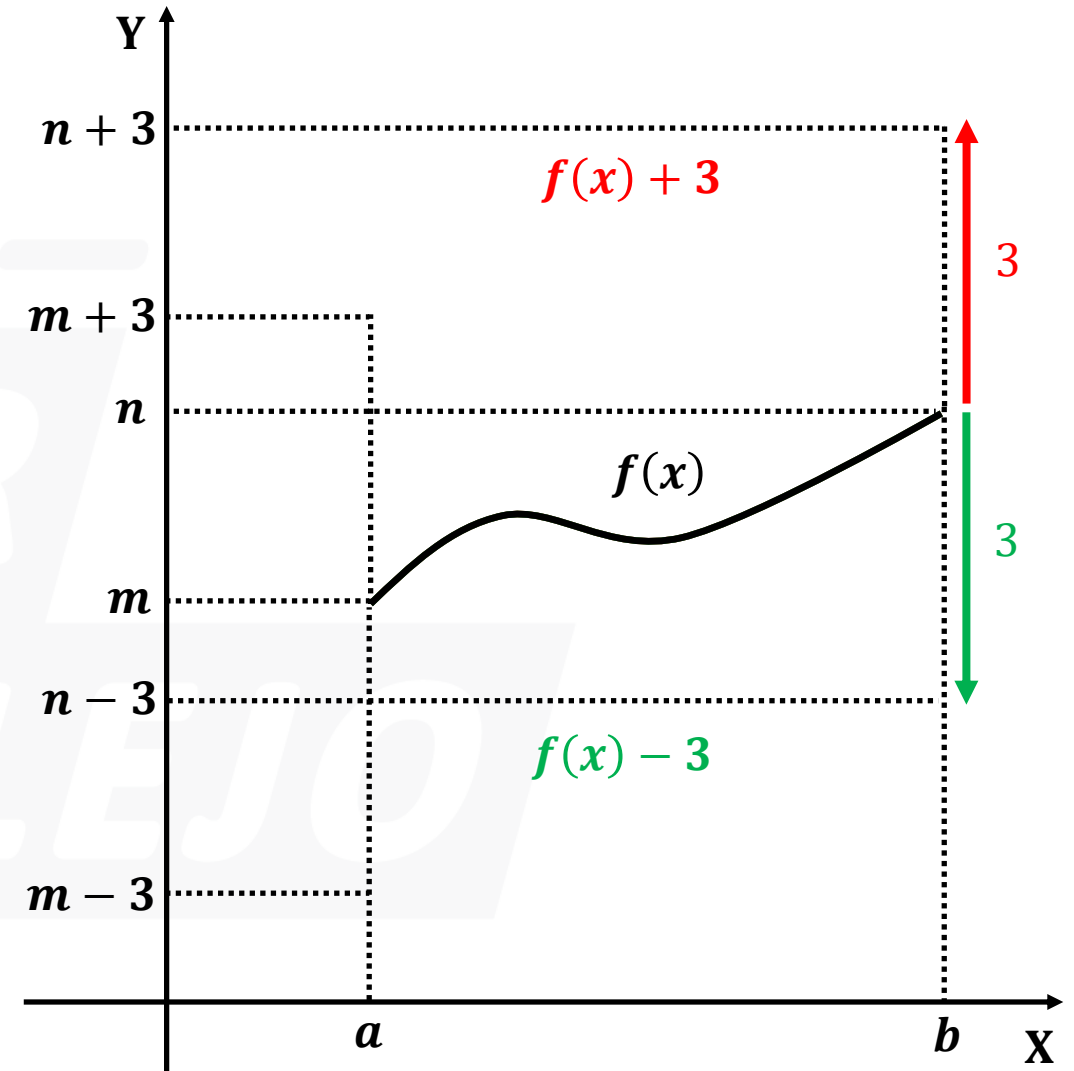
$$f(x) \pm k$$

- Para graficar $f(x) + k$, se desplaza la gráfica de $f(x)$ k unidades **HACIA ARRIBA**.
- Para graficar $f(x) - k$, se desplaza la gráfica de $f(x)$ k unidades **HACIA ABAJO**.

Ejemplo

Del gráfico de $f(x)$ obtendremos los gráficos de

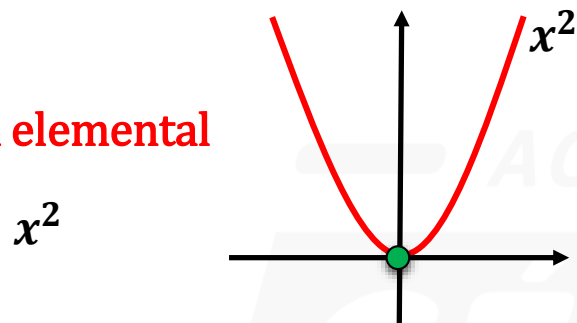
$f(x) + 3$ y $f(x) - 3$.



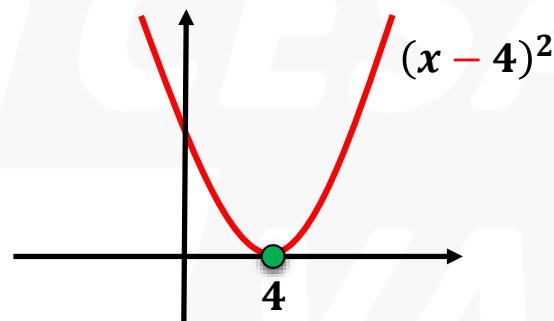
Ejercicios

Grafique $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

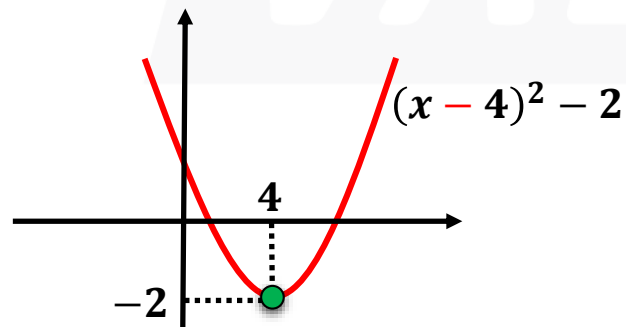
1. Gráfica elemental



2. $(x - 4)^2$

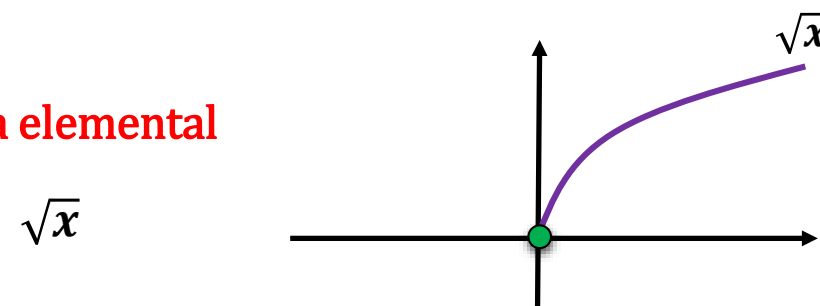


3. $(x - 4)^2 - 2$

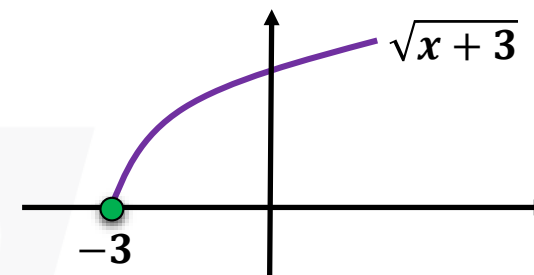


Grafique $g(x) = \sqrt{x + 3} + 1$

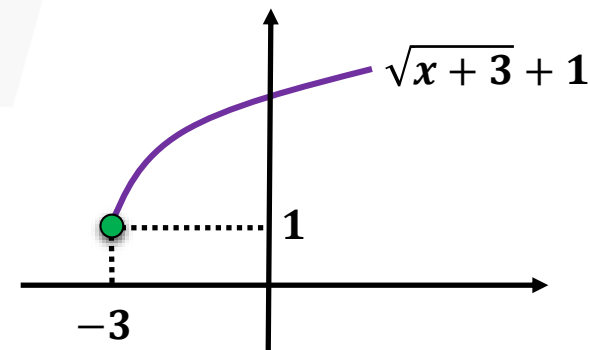
1. Gráfica elemental



2. $\sqrt{x + 3}$

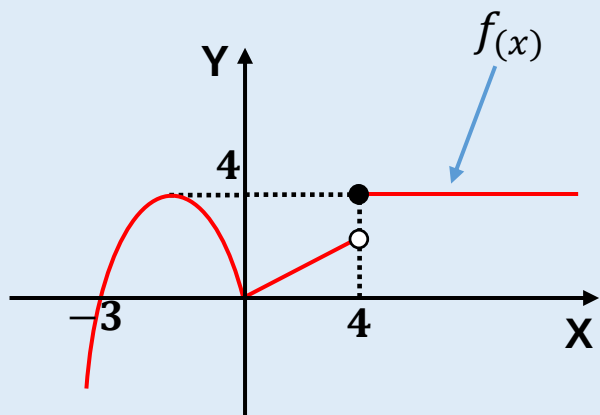


3. $\sqrt{x + 3} + 1$



Aplicación

Sea la gráfica de la función f



Grafique $f_{(x-2)} + 3$

Resolución

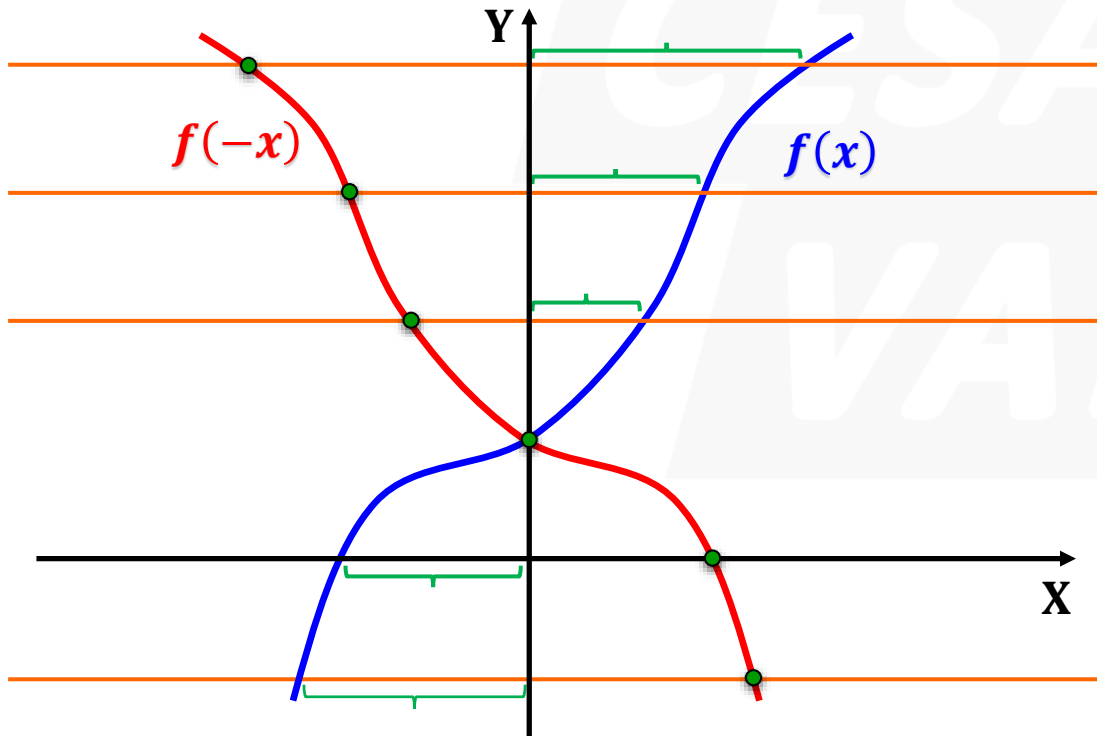


REFLEXIÓN CON RESPECTO AL EJE Y

$$f(-x)$$

Para graficar $f(-x)$, se refleja la gráfica de $f(x)$ sobre el eje Y.

Procedimiento

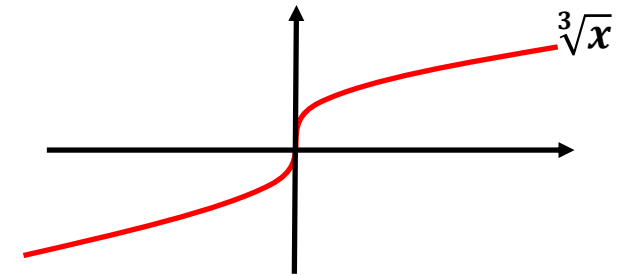
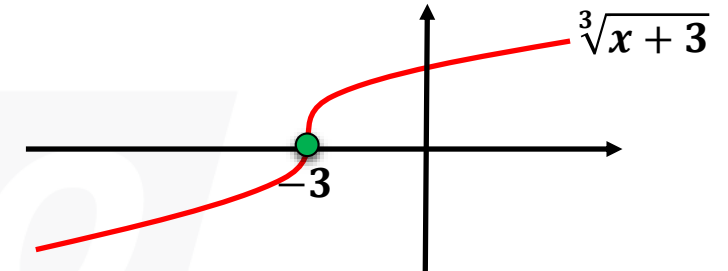
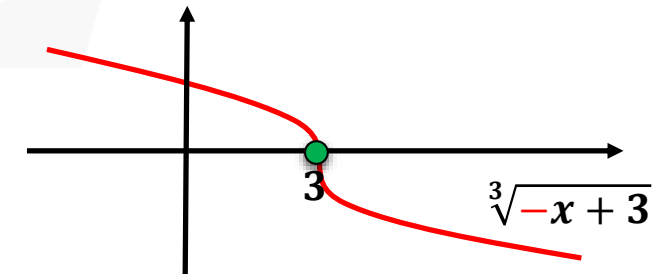


Ejemplo

Grafique $f(x) = \sqrt[3]{-x + 3}$

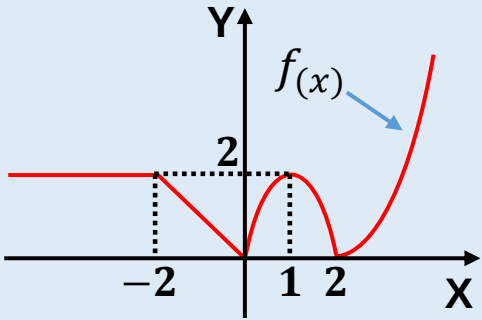
1. Gráfica elemental

$$\sqrt[3]{x}$$

2. $\sqrt[3]{x + 3}$ 3. $\sqrt[3]{-x + 3}$ 

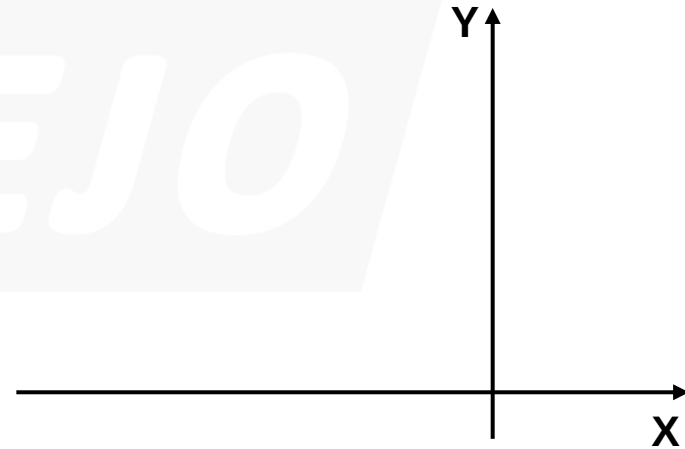
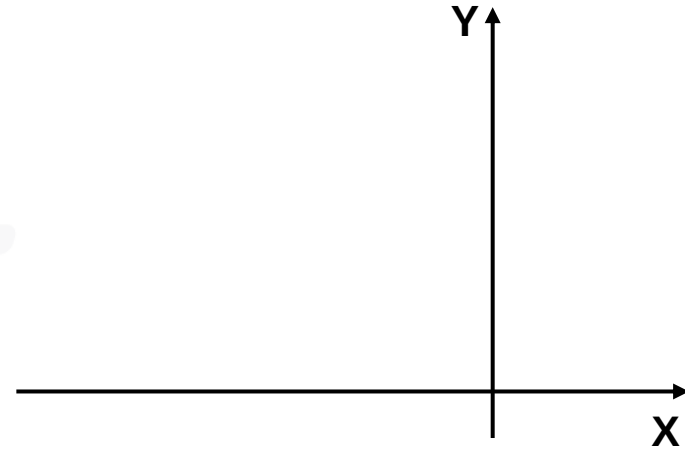
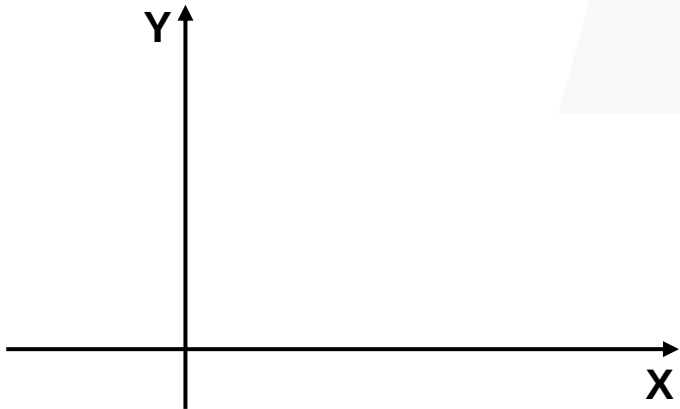
Aplicación

Sea la gráfica de la función f



Grafique $f_{(-3-x)} + 2$

Resolución

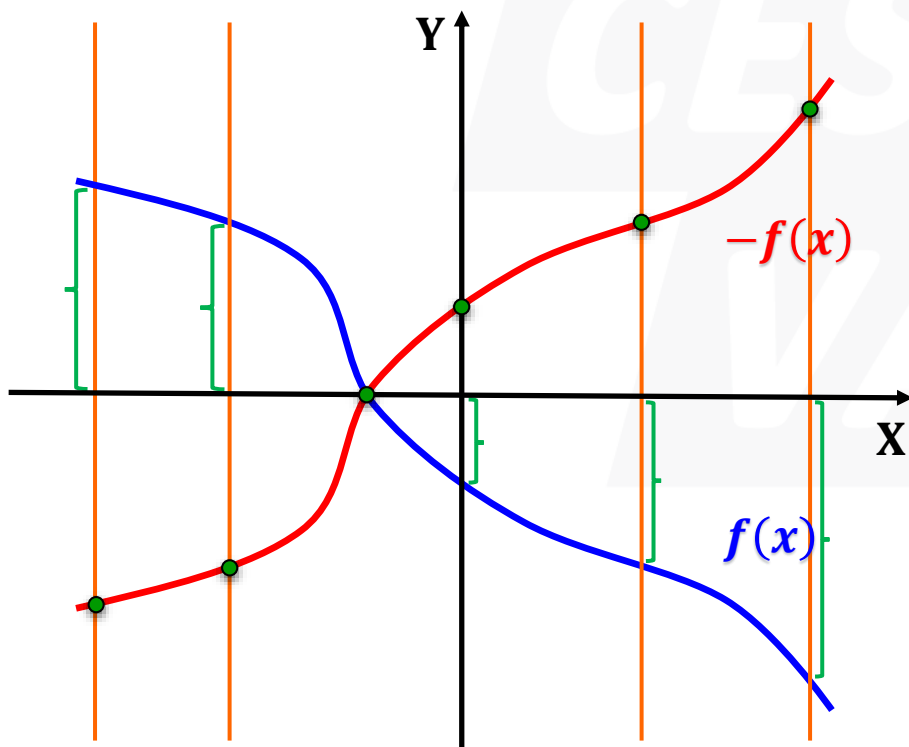


REFLEXIÓN CON RESPECTO AL EJE X

$$-f(x)$$

Para graficar $-f(x)$, se refleja la gráfica de $f(x)$ sobre el eje X.

Procedimiento

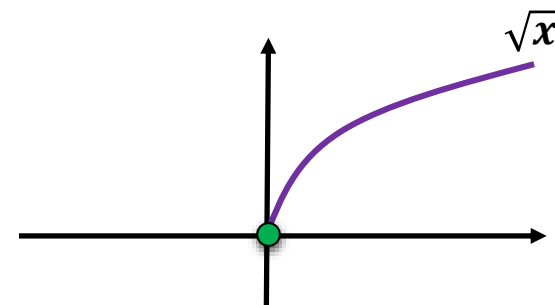


Ejemplo

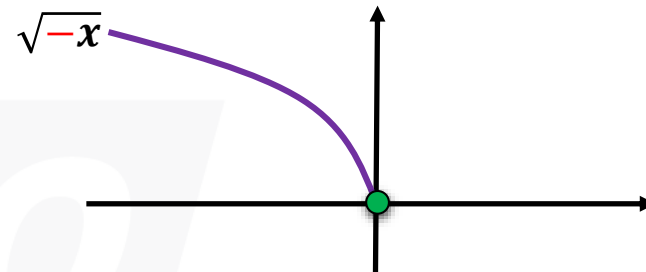
Grafique $f(x) = -\sqrt{-x}$

1. Gráfica elemental

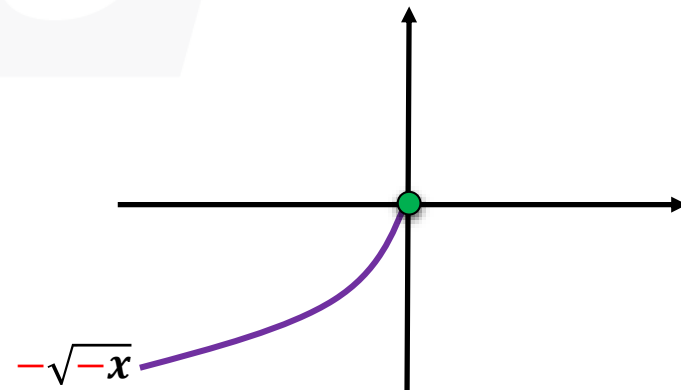
$$\sqrt{x}$$



$$2. \sqrt{-x}$$



$$3. -\sqrt{-x}$$



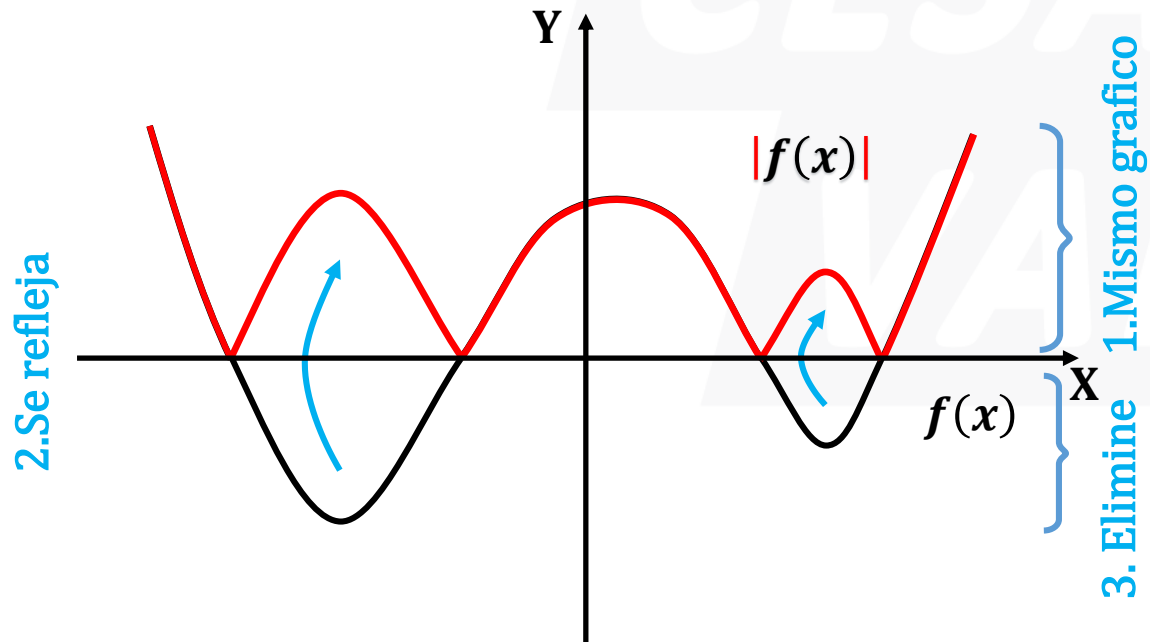
VALOR ABSOLUTO A $f(x)$

$|f(x)|$

La gráfica que esta sobre el eje X, se mantiene.

Se refleja respecto al eje X la parte de la gráfica que esta debajo del eje X.

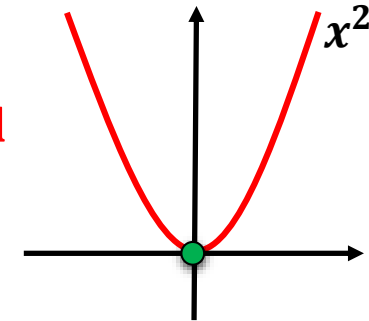
Procedimiento



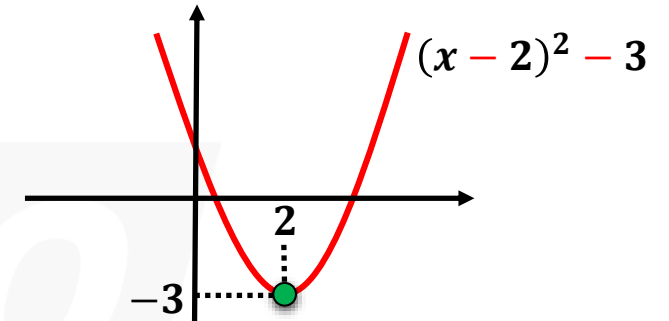
Ejercicio

Grafique $f(x) = |(x - 2)^2 - 3|$

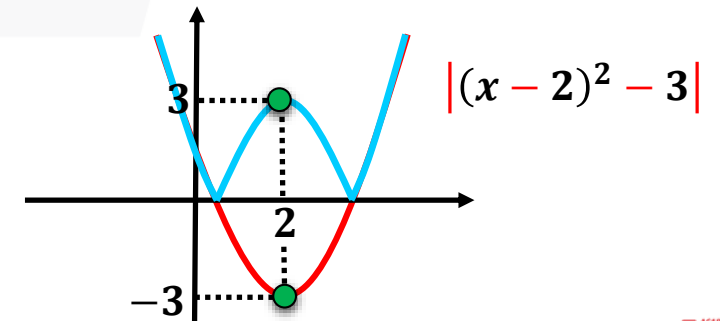
1. Gráfica elemental



2. $(x - 2)^2 - 3$



3. $| (x - 2)^2 - 3 |$



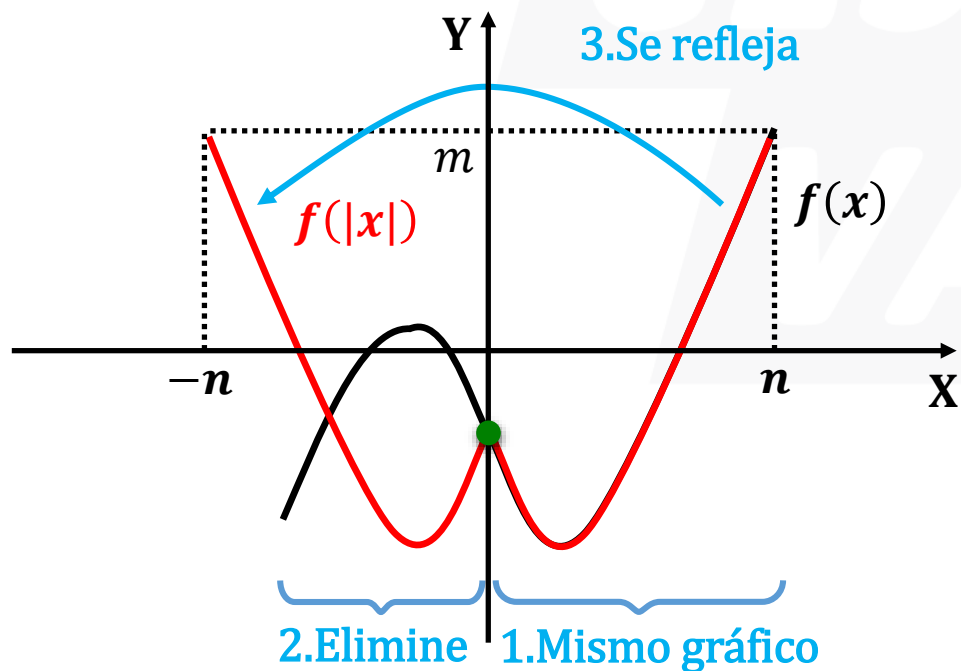
VALOR ABSOLUTO A "x"

$$f(|x|)$$

Para $x \geq 0$: se mantiene el gráfico de $f(x)$.

Para $x < 0$: se refleja el gráfico del caso anterior respecto al eje Y.

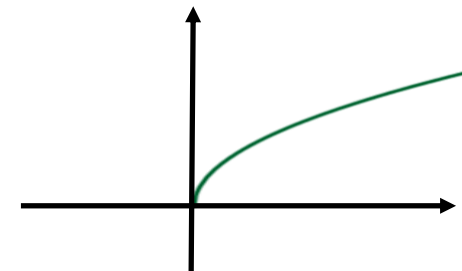
Procedimiento



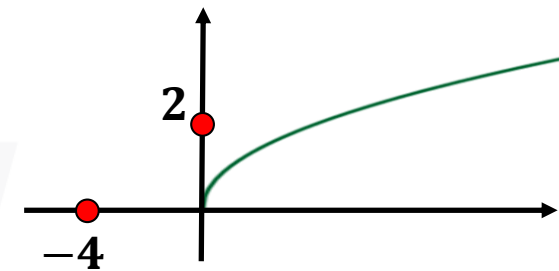
Grafique $f(x) = \sqrt{|x| + 4}$

1. Gráfica elemental

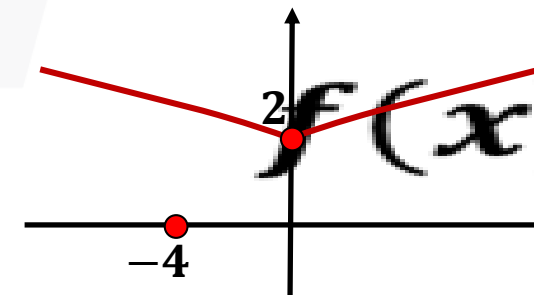
$$\sqrt{x}$$



$$2. \sqrt{x + 4}$$



$$3. \sqrt{|x| + 4}$$



FUNCIÓN PAR

Diremos que la función f es par si $\forall x; -x \in \text{Dom}f$ se cumple:

$$f(x) = f(-x)$$

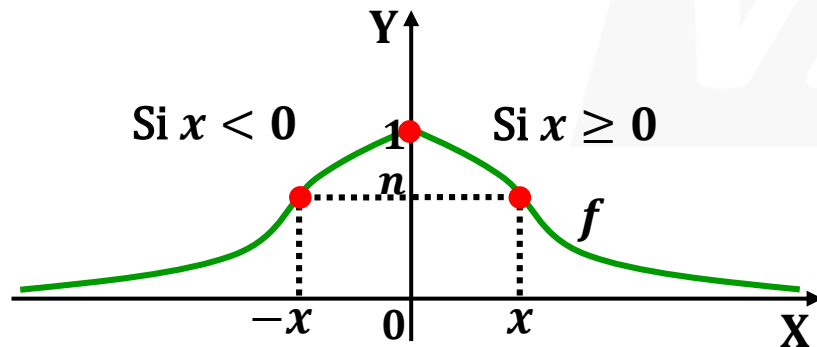
Propiedad

La gráfica de una función par es **SIMÉTRICA** al eje Y.

Ejemplo

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

Donde $f(x) = f(-x)$

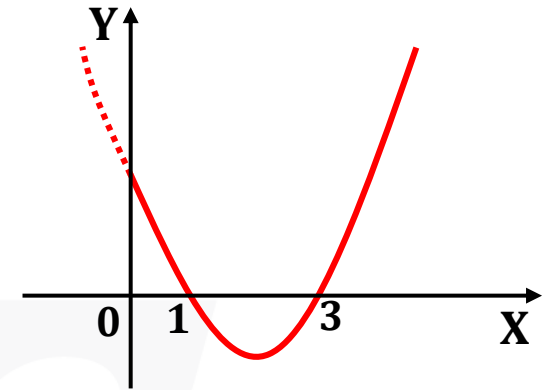


Ejercicio

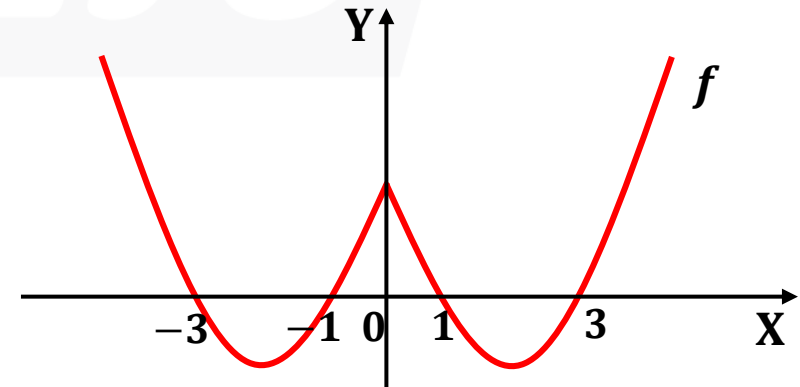
Grafique la función $f(x) = (|x| - 1)(|x| - 3)$.

La función f es par, porque $f(x) = f(-x)$

Graficamos $x \geq 0$ $f(x) = (x - 1)(x - 3)$



La gráfica es **SIMÉTRICA** al eje Y.



FUNCIÓN IMPAR

Diremos que la función f es par si $\forall x; -x \in \text{Dom}f$ se cumple:

$$f(-x) = -f(x)$$

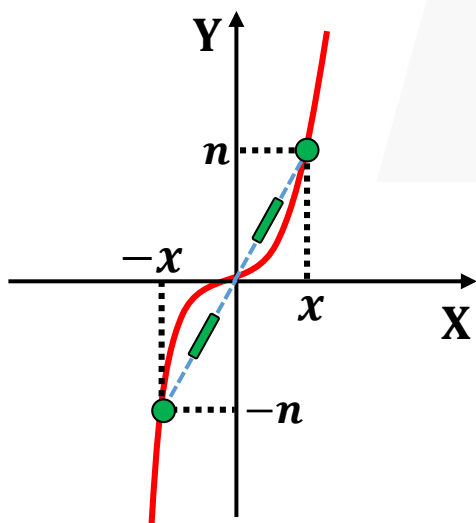
Propiedad

La gráfica de una función impar es **SIMÉTRICA** respecto al **ORIGEN DE COORDENADAS**.

Ejemplo

$$f(x) = x^3$$

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x) \quad f \text{ si es IMPAR.}$$



Teoremas

- 1) La suma de dos funciones pares es par.

Ejemplo

$f(x) = x^2$ y $g(x) = x^4$ son funciones pares

➡ $f(x) + g(x) = x^2 + x^4$ es una función par

También se cumple:

- 2) La suma de dos funciones impares es impar.
- 3) El producto de dos funciones pares es par.
- 4) El producto de dos funciones impares es par.

Igualdad de funciones

Definición

Consideremos las funciones f y g bien definidas, luego se define:

$$f = g \leftrightarrow \text{Dom}f = \text{Dom}g \wedge f(x) = g(x)$$

Aplicación

Las funciones:

$$f(x) = x \operatorname{sgn}(x) ; x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2}$$

¿ f y g son iguales?

Resolución

— ACADEMIA —

CÉSAR

VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe